

الصفحة
1
2

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2009
الموضوع

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم العالي
وتكوين الأطر
والبحث العلمي
المركز الوطني لتقويم والامتحانات



C:NS22

7	المعامل:	الرياضيات	المادة:
3	مدة الإجازة:	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعب (ة) أو المسلك:

يسمح باستخدام الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة .

التمرين الأول (3 ن)

- نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط $A(-2, 2, 8)$ و $B(6, 6, 0)$ و $C(2, -1, 0)$ و $D(0, 1, -1)$ و مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$.
- 1) حدد مثلث إحداثيات المتجهة $\vec{OC} \wedge \vec{OD}$ واستنتج أن معادلة ديكارتية للمستوى (OCD) هي $x+2y+2z=0$. 0.75
- 2) تحقق من أن (S) هي الفلكة التي مركزها $\Omega(2, 4, 4)$ وشعاعها 6 . 0.5
- 3) أ- احسب مسافة النقطة Ω عن المستوى (OCD) . 0.5
- ب- استنتج أن المستوى (OCD) مماس للفلكة (S) . 0.5
- ج- تحقق من أن: $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 0$ ثم استنتج أن النقطة O هي نقطة تماس الفلكة (S) والمستوى (OCD) . 0.75

التمرين الثاني (3 ن)

- نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) ، النقط A و B و C التي الحافها على التوالي هي: $a=2-2i$ و $b=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ و $c=1-\sqrt{3}+(1+\sqrt{3})i$.
- 1) اكتب على الشكل المثلثي كلا من العددين العقديين a و b . 1
- 2) نعتبر الدوران R الذي مركزه النقطة O وزاويته $\frac{5\pi}{6}$. 0.75
- أ- ليكن z لحق نقطة M من المستوى العقدي و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R . 0.75
- بين أن: $z' = bz$. 0.5
- ب- تحقق من أن النقطة C هي صورة النقطة A بالدوران R . 0.5
- 3) بين أن: $\arg c \equiv \arg a + \arg b [2\pi]$ ثم حدد عدة للعدد العقدي c . 0.75

التمرين الثالث (3 ن)

- يحتوي صندوق على 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء و 5 كرات حمراء (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .
- نسحب عشوائيا وتآبيا ثلاث كرات من الصندوق .
- 1) نعتبر الحدثين التاليين : 1.5
- A : الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون * و B : الحصول على ثلاث كرات مختلفة اللون مثنى مثنى * .
- بين أن: $P(A) = \frac{3}{44}$ و $P(B) = \frac{3}{11}$.
- 2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة لثلاث كرات بعدد الألوان التي تحملها . 0.25
- أ- حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X . 0.25
- ب- حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X و احسب الأمل الرياضي $E(X)$. 1.25

التمرين الرابع (2 ن)

$$\text{نضع : } I = \int_{-2}^{-1} \frac{x}{x+3} dx \text{ و } J = \int_{-2}^{-1} \ln(2x+6) dx$$

$$(1) \text{ أ- تحقق من أن : } \frac{x}{x+3} = 1 - \frac{3}{x+3} \text{ لكل عدد حقيقي } x \text{ بخلاف } -3. \quad 0.25$$

$$\text{ب- بين أن : } I = 1 - 3 \ln 2. \quad 0.75$$

$$(2) \text{ باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : } J = -I. \quad 1$$

مسألة (9 ن)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x بحيث : $f(x) = 2 \ln(e^x - 2\sqrt{e^x} + 2)$

(C) يرمز للمنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد منظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

$$(1) \text{ أ- تحقق من أن : } e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 = (\sqrt{e^x} - 1)^2 + 1 \text{ لكل } x \text{ من } \mathbb{R} \text{ ثم استنتج أن مجموعة تعريف الدالة } f \text{ هي } \mathbb{R} \text{ وأن : } 1 - \frac{2}{\sqrt{e^x}} + \frac{2}{e^x} > 0. \quad 0.75$$

$$(2) \text{ احسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ ثم بين أن : } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ln 4 \text{ و أول هذه النتيجة هندسيا.} \quad 0.75$$

$$(3) \text{ أ- بين أن : } f'(x) = \frac{2\sqrt{e^x}(\sqrt{e^x} - 1)}{(\sqrt{e^x} - 1)^2 + 1} \text{ لكل } x \text{ من } \mathbb{R} \text{ وتحقق من أن } f'(0) = 0. \quad 1$$

ب- ادرس إشارة $\sqrt{e^x} - 1$ على \mathbb{R} واستنتج أن الدالة f تزايدية على المجال $[0, +\infty[$ وتناقصية على المجال $]-\infty, 0]$.

$$(4) \text{ أ- تحقق من أن : } f(x) = 2x + 2 \ln \left(1 - \frac{2}{\sqrt{e^x}} + \frac{2}{e^x} \right) \text{ لكل } x \text{ من } \mathbb{R}. \quad 0.25$$

ب- بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = 2x$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$. 0.5

$$(5) \text{ أ- تحقق من أن : } e^x - 3\sqrt{e^x} + 2 = (\sqrt{e^x} - 1)(\sqrt{e^x} - 2) \text{ لكل } x \text{ من } \mathbb{R}. \quad 0.25$$

ب- ادرس إشارة كل من $\sqrt{e^x} - 2$ و $(\sqrt{e^x} - 1)(\sqrt{e^x} - 2)$ على \mathbb{R} . 0.5

$$\text{ج- استنتج أن : } e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 \leq \sqrt{e^x} \text{ لكل } x \text{ من المجال } [0, \ln 4]. \quad 0.25$$

د- بين أن : $f(x) \leq x$ لكل x من المجال $[0, \ln 4]$. 0.5

(6) أنشئ المنحنى (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطتي انعطاف أفصول إحداهما أصغر من -1 و أفصول الأخرى أكبر من 2 تحديدهما غير مطلوب وناخذ $\ln 4 = 1,4$).

(II) لنكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ لكل n من \mathbb{N} .

يمكنك في ما يلي استعمال نتائج دراسة الدالة f .

$$(1) \text{ بين أن : } 0 \leq u_n \leq \ln 4 \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}. \quad 0.75$$

(2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية. 0.75

(3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة وحدد نهايتها. 1