

التمرين الأول: (4.5 نقطة)

- تعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي: $u_0 = 6$ و $u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{2}{5}$ لكل n من \mathbb{N}
- 1.1 احسب u_1 و u_2 0.5
 - 1.2 بين بالترجع ان لكل n من \mathbb{N} : $u_n > \frac{1}{2}$ 0.75
 - 1.3 ج. تحقق ان لكل n من \mathbb{N} : $u_{n+1} - u_n = \frac{4}{5} \left(\frac{1}{2} - u_n \right)$ 0.5
 - 1.4 د. استنتج ان $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تناقصية وانها متقاربة. 0.5
 - 2.1 نضع لكل n من \mathbb{N} : $v_n = u_n - \frac{1}{2}$ 0.25
 - 2.2 ا. بين ان $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية محددا اسمها. 0.25
 - 2.2 ب. احسب حدها الاول v_0 0.25
 - 2.2 ج. احسب v_n بدلالة n ثم استنتج ان : $u_n = \frac{1}{2} \left(11 \left(\frac{1}{5} \right)^n + 1 \right)$ لكل n من \mathbb{N} 0.75
 - 2.2 د. احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ 0.25
 3. نضع $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1}$ 0.75
 3. بين ان : $S_n = \frac{55}{8} \left(1 - \left(\frac{1}{5} \right)^n \right) + \frac{n}{2}$ 0.75

التمرين الثاني: (4 نقط)

- يحتوي كيس على تسع كرات غير قابلة للتمييز باللمس تحمل على التوالي الأعداد: $2; 2; 2; 1; 1; 1; 1; 1; 0; 0$
1. بين ان عدد حالات السحب الممكنة هو 36 0.75
 2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي مجموع العددين اللذين تحملهما الكرتان المسحوبتان. 0.75
 - 2.1 ا. بين ان $p(X=2) = \frac{12}{36}$ 0.75
 - 2.2 ب. انقل الجدول جاتبه على ورقة تحريرك ثم اتمم ملاء مطلا جوابك. 2

| | | | | | |
|------------|---|---|-----------------|---|---|
| x_i | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| $p(X=x_i)$ | | | $\frac{12}{36}$ | | |

- 2.2 ج. احسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X 0.5

التمرين الثالث: (8.5 نقطة)

الجزء الأول:

- نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي : $g(x) = 2 - \frac{2}{x} + \ln x$
1. احسب $g'(x)$ واستنتج ان g تزايدية على $]0; +\infty[$ 1.5
 - 1.2 ا. احسب $g(1)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة g (حساب النهايتين عند 0 و $+\infty$ غير مطلوب) 1.25
 2. ب. استنتج إشارة الدالة g على كل من المجالين: $]0; 1[$ و $]1; +\infty[$ 1

الجزء الثاني:

- نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي: $f(x) = x - 1 + (x - 2) \ln x$
- | | |
|--|------|
| 1. بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ | 0.75 |
| 2. بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ | 0.75 |
| 3. ا. بين أن لكل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = g(x)$ | 0.75 |
| ب. احسب $f(1)$ و $f(2)$ و $f(\frac{1}{e})$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على $]0; +\infty[$ | 1.5 |
| ج. باستعمال جدول التغيرات حدد صورة المجال $[\frac{1}{e}; 2]$ بالدالة f | 1 |

التمرين الرابع: (3 نقط)

- المستوى منسوب إلى معلم متعامد منظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- نعتبر الدالة العددية h للمتغير الحقيقي x المعرفة على IR بما يلي: $h(x) = xe^x - 2x + 1$
- | | |
|--|-----|
| 1. باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن: $\int_0^1 xe^x dx = 1$ | 1.5 |
| 2. في الشكل أسفله (C_h) هو التمثيل المبياني للدالة h في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ | 1.5 |
| احسب مساحة الحيز المكدش. | |

