

المستوى: ثانية علوم تجريبية مدة الإنجاز: 3 ساعات السنة الدراسية: 07-08	الامتحان التجريبي في مادة الرياضيات	مؤسسة البشير للتعليم المدرسي الخصوصي
--	--	---

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة

### التمرين الأول (3ن)

نعتبر المعادلة التفاضلية (E)  $y'' - 4y' + 13y = 0$

1- حل المعادلة التفاضلية (E) (0,75)

2- أ- حدد الحل  $f$  للمعادلة التفاضلية (E) الذي يحقق  $f(0) = 0$  و  $f'(0) = 3$  (1)

ب- استنتج أن  $\int_0^{\pi} e^{2x} \sin(3x) dx = \frac{3}{13}(1 + e^{2\pi})$  (0,75)

ج- استنتج باستعمال مكاملة بالأجزاء قيمة التكامل  $I = \int_0^{\pi} e^{2x} \cos(3x) dx$  (0,5)

### التمرين الثاني (7ن)

لكل  $z$  من  $\mathbb{C} - \{1\}$  نضع  $f(z) = \frac{z-2}{z-1}$

1- أ- حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة:  $f(z) = z$  (E) (0,75)

ب- حدد حلول المعادلة (E) على شكل مثلثي (0,5)

2- المستوى العقدي منسوب إلى م.م.م.م  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

أ- ليكن  $z$  من  $\mathbb{C} - \{1\}$  نضع  $z = x + iy$  مع  $x \in \mathbb{R}$  و  $y \in \mathbb{R}$

بين أن  $\text{Re}(f(z)) = \frac{x^2 + y^2 - 3x + 2}{(x-1)^2 + y^2}$  (1)

ب- حدد المجموعة (C) للنقط  $M(z)$  بحيث يكون  $f(z)$  تخيلي صرفا (1)

3- في المستوى العقدي نعتبر النقط A و B و C والتي ألقاها على التوالي هي  $z_A = 1 + i$  و  $z_B = 1 - i$  و

$z_C = 2z_B$  و  $z_I = 3$

أ- بين أن النقط A و B و C تنتمي إلى الدائرة التي مركزها I وشعاعها  $\sqrt{5}$  (0,75)

ب- حدد على شكل مثلثي العقدي  $\frac{z_A - z_I}{z_C - z_I}$  (1)

ج- استنتج طبيعة المثلث IAC (0,75)

4- أ- ليكن  $z_E$  لحق النقطة E صورة O باللازاحة ذات المتجهة  $2\overline{IC}$  بين أن  $z_E = -2 - 4i$  (0,75)

ب- D صورة E بالدوران الذي مركزه I وزاويته  $\frac{-\pi}{3}$  بين أن  $z_D = \frac{1-4\sqrt{3}}{2} + i\frac{5\sqrt{3}-4}{2}$  (0,5)

الجزء الأول

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = xe^x; x < 0 \\ f(x) = \ln(1 + \sqrt{x}); x \geq 0 \end{cases}$$

ليكن  $(C_f)$  منحناها في  $M^2$  حيث  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  حيث  $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$

1- بين أن  $f$  متصلة في  $0$  (0.25)  
 2- أدرس قابلية اشتقاق  $f$  على اليمين في  $0$  وأول هندسيا النتيجة (0.75)

ب- ادرس قابلية اشتقاق  $f$  على اليسار في  $0$  (0.25)

3- أ- أحسب  $f'(x)$  لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$  ولكل  $x$  من  $] -\infty; 0[$  (1,5)

ب- ضع جدول تغيرات  $f$  (0.75)

4- بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف أفصولها سالب (0.75)

5- أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى  $(C_f)$  (0.75)

ب- أنشئ  $(C_f)$  (0.75) (أحسب  $\frac{4}{e^2} - 0,1$  و  $\frac{4}{e^2} - 0,4$ )

6- ليكن  $g$  قصور  $f$  على المجال  $]0, +\infty[$

أ- بين أن  $g$  تقابل من  $]0, +\infty[$  نحو مجال  $J$ . يتم تحديده (0,5)

ب- أحسب  $g^{-1}(x)$  بدلالة  $x$  لكل  $x$  من  $J$  (0,5)

7- نضع  $I = \int_1^4 \ln(1 + \sqrt{x}) dx$  و  $J = \int_1^4 \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} dx$

أمكن  $h$  الدالة العددية المعرفة على  $]0, +\infty[$  بما يلي  $h(x) = x - 2\sqrt{x} + 2\ln(1 + \sqrt{x})$

تأكد أن  $\forall x > 0; h'(x) = \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}$  ثم أحسب التكامل  $J$  (0,75)

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن  $I = \ln\left(\frac{81}{2}\right) - \frac{1}{2}J$  (0,5)

ج- استنتج ب  $cm^2$  مساحة جزء المستوى المحصور بين  $(C_f)$  ومحور الأفاصيل والمستقيمان ذوي المعادلة على التوالي :  $x = 1; x = 4$  (0,25)

الجزء الثاني

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = -\frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n e^{u_n}; n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

أ- بين بالترجح أن  $(\forall n \in \mathbb{N}); -1 \leq u_n \leq 0$  (0,5)

ب- بين أن  $(u_n)$  تزايدية (يمكنك استعمال البرهان بالترجح) (0,5)

ج- بين أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة وحدد نهايتها (0,75)