التمرين 1: 4.5 نقط

****

المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد و ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

نعتبر النقط I و A و B التي ألحاقها على التوالي هي : 1 و $1-2i$ و $-2+2i$.

لتكن (C) الدائرة التي أحد أقطارها هو $[A;B]$

1) أنشىء النقط I و A و B. 0.75

2) حدد Z_Ω لحق النقطة Ω مركز الدائرة (C). احسب شعاع الدائرة (C). 0.5

3) لتكن D النقطة ذات اللحق $Z_D = \dfrac{3+9i}{4+2i}$.

حدد الشكل الجبري للعدد Z_D ثم بين أن النقطة D تنتمي للدائرة (C). 1.25

4) لتكن E النقطة ذات اللحق Z_E. التي تنتمي للدائرة (C) والتي تحقق $\left(\overrightarrow{\Omega I};\overrightarrow{\Omega E}\right) \equiv \dfrac{\pi}{4}[2\pi]$.

أ) حدد معيار وعمدة العدد $Z_E + \dfrac{1}{2}$. 1

ب) استنتج أن : $Z_E = \dfrac{5\sqrt{2}-2}{4} + \dfrac{5\sqrt{2}i}{4}$ 1

التمرين 2: 6 نقط

****

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_n$ المعرفة بما يلي :
$$\begin{cases} u_0 = 1 + \dfrac{1}{\sqrt[3]{e}} \\ (\forall n \in \mathbb{N}) : u_{n+1} = 1 + \sqrt[3]{u_n - 1} \end{cases}$$

1) بين بالترجع أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) : 1 \prec u_n \prec 2$. 1

2) أ) بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_{n+1} - u_n = \sqrt[3]{u_n - 1}(1 - \sqrt[3]{u_n - 1})(1 + \sqrt[3]{u_n - 1})$ 1

ب) استنتج أن المتتالية $(u_n)_n$ تزايدية. 0.5

ج) بين أن المتتالية $(u_n)_n$ متقاربة ثم حدد نهايتها. 1

3) نعتبر المتتالية $(v_n)_n$ المعرفة بما يلي : $(\forall n \in \mathbb{N}) : v_n = \ln(u_n - 1)$

أ) تحقق أن $v_0 = -\dfrac{1}{3}$ ثم بين أن $(v_n)_n$ متتالية هندسية محددا أساسها . 1

ب) احسب v_n ثم u_n بدلالة n . 1

ج) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$. 05

التمرين 3: 9.5 نقط **

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $g(x) = -1 + x + 2\ln x$.

1) أ) ادرس تغيرات الدالة g. (النهايات والاشتقاق) . 1

ب) ضع جدول تغيرات الدالة g . 0.5

ت) احسب $g(1)$ ثم حدد إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$. 1

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[0;+\infty[$ بما يلي:
$$\begin{cases} f(x) = x - x^2\ln(x); x \succ 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

ليكن (C) التمثيل المبياني للدالة f في معلم متعامد وممنظم $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) بين أن الدالة f متصلة على اليمين في الصفر . 0.25

2) ادرس قابلية إشتقاق f على اليمين في الصفر ثم أول هندسيا النتيجة .. 05

3) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. 0.25

ب)ادرس الفرع الانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$. 0.25

4) أ) بين أن : $\left(\forall x \in\,]0;+\infty[: f'(x) = x.g(\frac{1}{x})\right)$ 0.25

ب) ضع جدول تغيرات الدالة f . 1

5) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0;+\infty[$ وأن : $1 \prec \alpha \prec 2$. 0.5

6) أ) تحقق أن معادلة نصف المماس (T) للمنحنى (C) في النقطة ذات الأفصول 0 هي: $y = x$. 0.5

ب) بين أن : $(\forall x \in \mathbb{R}^+); f(x) \succ x \Leftrightarrow x \in\,]0;1[$ 0.5

ج) استنتج الوضع النسبي للمنحنيين (C) و (T). 0.5

7) أنشئ المنحنى (C) . 1

III) نعتبر المتتالية العددية المعرفة بما يلي :
$$\begin{cases} u_0 = \dfrac{1}{2} \\ (\forall n \in \mathbb{N}) : u_{n+1} = u_n - u_n{}^2\ln(u_n) \end{cases}$$

1) بين بالترجع أن: $(\forall n \in \mathbb{N}) : 0 \prec u_n \prec 1.$ 0.5

2) بين أن المتتالية $(u_n)_n$ تزايدية. 0.5

3) استنتج أن المتتالية $(u_n)_n$ متقاربة ثم حدد نهايتها . 0.5