ثـــانويـــة أبي سالم العياشي عين الشكاك نيابة صفرو	الامتحـــان التجريبي لمادة الرياضيات ع. ح.و.الأرض و العلوم الفيزيائية	تاريخ الانجاز: 25-03-2008 مدة الانجـــاز: 3 ساعات

التمرين الأول: (4 نقط)

في المستوى العقدي المنسوب الى معلم م.م $(o,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A و B و C و D التي ألحاقها على التوالي :

$Z_A=2i$ و $Z_B=i$ و $Z_C=-1+i$ و $Z_D=1+i$

نعتبر التطبيق f الذي يربط كل نقطة M لحقها Z بالنقطة M′ ذات اللحق Z′ بحيث : $Z' = i\left(\frac{Z-2i}{Z-i}\right)$

0.5 (1 أ- أنشر $(Z+1-i)(Z-1-i)$

1 ب- حدد الشكل الجبري و المثلثي لحق النقطة M الذي يحقق: $f(M)=M$

0.5 (2 أ- بين أن لكل $Z\neq i$ لدينا : $|Z'| = \frac{AM}{BM}$

1 ب- بين أن لكل $Z\neq i$ و $Z\neq 2i$ لدينا : $\arg(Z') \equiv \left((\overrightarrow{BM},\overrightarrow{AM}) + \frac{\pi}{2}\right) [2\pi]$

0.5 (3 أ-حدد (Δ) مجموعة النقط M ذات اللحق Z بحيث : $|Z'| = 1$

0.5 ب- حدد(D) مجموعة النقط M ذات اللحق Z بحيث : $\arg(Z') \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

التمرين الثاني (4 نقط)

نعتبر التكاملين التاليين :

$$I = \int_0^1 \frac{1}{(1+e^x)^2}\,dx \qquad J = \int_0^1 \frac{xe^x}{(1+e^x)^3}\,dx$$

0.5 (1 أ- تحقق أن لكل x من R
$$\frac{1}{(1+e^x)^2} = 1 - \frac{e^x}{1+e^x} - \frac{e^x}{(1+e^x)^2}$$

1.5 ب- أحسب التكاملين $A=\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^x}\,dx$ و $B=\int_0^1 \frac{e^x}{(1+e^x)^2}\,dx$ و استنتج قيمة التكامل I .

(2 أ- باستعمال المكاملة بالأجزاء

1.5 بين أن : $I - 2J = \frac{1}{(1+e)^2}$

0.5 ب- استنتج قيمة التكامل J .

التمرين الثالث (3.5 ن)

نعتبر المتتالية (Un) المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} U_0 = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{e}} \\ \forall x \in N \quad U_{n+1} = 1 + \sqrt[3]{U_n - 1} \end{cases}$$

1 (1 بين بالترجع أن لكل n من N : $1<U_n<2$

0.5 (2 أ-بين أن لكل n من N : $U_{n+1} - U_n = \sqrt[3]{U_n-1}\,(1-\sqrt[3]{U_n-1})(1+\sqrt[3]{U_n-1})$

0.5 ب- حدد رتابة المتتالية (Un) و استنتج أنها متقاربة

(3 نعتبر المتتالية (Vn) المعرفة بما يلي :

لكل n من N لدينا : $V_n=\ln(U_n-1)$

0.5 أ- تحقق أن $V_0=-1/3$ و بين أن (Vn) متتالية هندسية أساسها 1/3

0.5 ب- استنتج أن لكل n من N : $\ln(U_n-1) = -\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}$

0.5 ج- أحسب نهاية المتتالية (Un)

مســألة: (8.5 ن)

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي $g(x) = x^2 - 2\ln x$

1 | 1) أدرس تغيرات g .

0.5 | 2) استنتج إشارة $g(x)$ على $]0,+\infty[$

II نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{1+\ln x}{x}$ و لتكن (C) منحناها في م.م.م

$(o,\vec{i},\vec{j})$ $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$

0.5 | 1- أ- أحسب $\lim f(x)$ و أول هندسيا النتيجة

0.5 | ب- أحسب $\lim f(x)$ و بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=\frac{x}{2}$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$

0.5 | ج- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=\frac{x}{2}$

0.5 | 2) أ- بين أن لكل x من $]0,+\infty[$ $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$

0.5 | ب- أعط جدول تغيرات f

1 | 3) أ- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]1/4\,,\,1[$

1 | ب- بين أن لكل x من $]0,+\infty[$ $f''(x)$ لها اشارة $2\ln x - 1$ و استنتج تقعر المنحنى (C).

1 | ج- أنشئ المنحنى (C)

0.5 | 4) أحسب مساحة الحيز (Δ) المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها $x=1$ و $x=e$ و $y=\frac{x}{2}$

0.5 | 5) أ- بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J يجب تحديده

0.5 | ب- أحسب : $(f^{-1})'(\frac{3}{2})$