

Page
1 / 2

C : 3

3 س : مدة الإنجاز:

7 : المعامل:

المادة : الرياضيات  
الشعبة : علوم الحياة و الأرض و العلوم الفيزيائية

## سؤال :

$$I- \text{ لتكن } f \text{ دالة عددية للمتغير الحقيقي } x \text{ المعرفة على } \mathbb{R} \text{ بما يلي: } \begin{cases} f(x) = x^2 + 2x \ln(-x) & x < 0 \\ f(x) = \sqrt{1 - e^{-2x}} & x \geq 0 \end{cases}$$

وليكن (CI) منحنى الدالة f في معلم منظم متعامد: (O, i, j)

1- أدرس اتصال الدالة f في 0

2- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

3- أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (CI)

4- (أ) بين أن :  $\forall x > 0 \quad \frac{f(x)}{x} = \sqrt{\frac{2}{x} \left( \frac{e^{-2x} - 1}{-2x} \right)}$

(ب) استنتج قابلية اشتقاق الدالة f أعلى اليمين في 0 ثم اعطنا وبلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها  
(ج) أدرس اشتقاق الدالة f على اليسار في 0

5- بين أن :  $\forall x \in \mathbb{R}^* \quad f'(x) = \frac{e^{-2x}}{\sqrt{1 - e^{-2x}}}$

6- نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على  $]-\infty, 0[$  بما يلي :  $g(x) = x + 1 + \ln(-x)$

(أ) أحسب g'(x) لكل x من  $]-\infty, 0[$  ثم ضع جدول تغيرات الدالة g

(ب) استنتج أن :  $\forall x < 0 \quad g(x) \leq 0$

(ج) بين أن :  $\forall x < 0 \quad f'(x) = 2g(x)$

7- اعط جدول تغيرات الدالة f على  $\mathbb{R}$

8- انشئ (CI) في المعلم : (O, i, j)

II- لتكن  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المتتالية العددية المعرفة بما يلي :  $\begin{cases} U_1 = 1 \\ U_{n+1} = \sqrt{U_n^2 + \frac{1}{e^{2n}}} \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

نضع لكل n من  $\mathbb{N}$  : بحيث  $n \geq 2$  :  $V_n = U_n^2 - U_{n-1}^2$

(أ) أحسب  $U_2$  ثم  $V_2$

(ب) بين أن المتتالية  $(V_n)_{n \geq 2}$  هندسية أساسها هو :  $q = \frac{1}{e^2}$

(2) أحسب المجموع :  $S_n = V_2 + V_3 + \dots + V_n$  بدلالة n

(ب) استنتج أن :  $U_n = \frac{f(n)}{f(1)}$  لكل n من  $\mathbb{N}^*$  بحيث  $n \geq 2$  ثم استنتج :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

## التمرين 1

تعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $R^+$  بما يلي :  $g(x) = \frac{1}{2}\sqrt{1+3x^2}$

لتكن  $(u_n)$  المتتالية المعرفة بما يلي  $u_0 = 4$  و لكل  $n$  من  $N$   $U_{n+1} = g(u_n)$

1. أ بين أن  $g$  تزايدية قطعاً على  $R^+$

ب. استنتج أن  $g([1,4]) \subset [1,4]$

2. بين بالترجع أن لكل  $n$  من  $N$   $1 < u_n \leq 4$

3. بين أن  $(u_n)$  تناقصية

4. استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة و احسب نهايتها.

## تمرين 2

1. أحسب التكامل :  $I_1 = \int_0^{\pi} 2 \cos^2 x \sin x dx$  و  $I_2 = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx$

2. باستعمال مكاملة بالأجزاء احسب :  $J = \int_1^e (x+1 - \ln x) dx$  و  $J_2 = \int_0^1 x e^{-x} dx$

## التمرين 3

( I ) - نعتبر في المجموعة  $\mathbb{C}$  الحدودية :  $P(z) = z^3 - 2(\sqrt{3}+i)z^2 + 4(1+i\sqrt{3})z - 8i$

1. بين أن المعادلة  $P(z) = 0$  تقبل حلاً تخيلياً صرفاً  $z_0$  ينبغي تحديده

2. تحقق من أن :  $\forall z \in \mathbb{C} : P(z) = (z - z_0)(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4)$

ثم أوجد في المجموعة  $\mathbb{C}$  العددين  $z_1$  و  $z_2$  حلّي المعادلة :  $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$

حيث  $\text{Im}(z_2) < 0$

( II ) - في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ومنظم ومباشر  $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$  نعتبر النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  التي احاطها

على التوالي  $z_A = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$  و  $z_B = \sqrt{3} - i$  و  $z_C = \sqrt{3} + i$  و  $z_D = 2i$

1. بين أن المثلث  $OBC$  متساوي الأضلاع و أن  $A$  منتصف القطعة  $[OC]$ .

2. أ. أحسب عمدة العدد العندي  $\frac{\bar{z}_B - \bar{z}_1}{z_C - z_A}$

ب. بين أن المستقيم  $(BD)$  واسط القطعة  $[OC]$ .

ج. حدد طبيعة الرباعي  $OBCD$ .