

الامتحان التجريبي (دورة مارس 2008)

المادة	المستوى	التخصص	المدة	المعامل
الرياضيات	الثانية باك	علوم فيزياء و علوم الحياة و الأرض	3 ساعات	7

1  
2

السلم

التمرين الأول ( 3.75 نقطة)

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = u_n + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{4} - u_n^2 \right) \end{cases} ; \forall n \in \mathbb{N}$$

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بمايلي

1. بين أن:  $0 \leq u_n \leq \frac{1}{2} \quad \forall n \in \mathbb{N}$  0.75

2. أدرس رتبة المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$ . 0.50

3. هل المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  متقاربة؟ 0.50

4. أ. بين أن:  $\forall n \in \mathbb{N} \quad \frac{1}{2} - u_{n+1} \leq \frac{3}{4} \left( \frac{1}{2} - u_n \right)$  0.75

ب. استنتج أن:  $\forall n \in \mathbb{N} \quad \frac{1}{2} - u_{n+1} \leq \frac{1}{2} \left( \frac{3}{4} \right)^n$  0.75

ج. استنتج نهاية المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$ . 0.50

التمرين الثاني (3.25 نقطة)

نعتبر في المستوى العقدي النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  التي أحاقها على التوالي:  $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$  و  $z_2 = \sqrt{3} + i$  و  $z_3 = m + im$  حيث  $m$  عدد حقيقي موجب قطعاً

1. أ. أكتب  $\frac{z_3}{z_2}$  على الشكل الجبري. 0.75

ب. بين أن:  $\frac{z_3}{z_2} = \frac{m\sqrt{2}}{2} \left( \cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$  0.1

ج. استنتج قيمة العدد  $\cos \frac{\pi}{12}$ . 0.50

2. نفترض أن  $m = 2$

أ. أحسب قياساً للزاوية  $(\widehat{AC}, \widehat{AB})$ . 0.50

ب. استنتج أن المثلث  $ABC$  متساوي الأضلاع. 0.50

التمرين الثالث (2 نقطة)

لتكن  $h$  الدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $]-\infty, 0]$  بمايلي  $h(x) = \frac{x+1}{x^2-3x+2}$

1. حدد العددين  $a$  و  $b$  ليكون  $\forall x \in ]-\infty, 0] : h(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x-2}$  0.50

.../...

1.50 2. حدد الدالة الأصلية  $H$  للدالة  $h$  على المجال  $]-\infty, 0]$  والتي تحقق  $H(0) = 0$ .  
مسألة (11 نقطة)

**I** نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  بمايلي:  $g(x) = 2x\sqrt{x} - 2 + \ln x$   
0.75 1. أحسب  $g'(x)$  لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$  ثم استنتج أن الدالة  $g$  تزايدية على  $]0, +\infty[$   
0.75 2. أحسب  $g(1)$  ثم استنتج أن:  $x \geq 1 \Leftrightarrow g(x) \geq 0$

**II** نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  بمايلي:  $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}} + 1 - x$   
ليكن  $(C)$  التمثيل المبياني للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

0.50 1. بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} = 0$

ان 2. أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

0.75 3. أ. بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = -x + 1$  مقارب مائل للمنحنى  $(C)$  بجوار  $+\infty$ .  
0.50 ب. أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C)$  و المستقيم  $(\Delta)$ .

ان 4. أ. بين أن  $\forall x \in ]0, +\infty[ : f'(x) = -\frac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$

0.75 ب. ضع جدول تغيرات الدالة  $f$ .

ان 1.50 أرسم المنحنى  $(C)$ .

**III** نعتبر المتتالية العددية  $(v_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بمايلي:  
$$\begin{cases} v_0 = \frac{3}{2} \\ v_{n+1} = 1 + \frac{\ln(v_n)}{\sqrt{v_n}} ; n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

0.50 1. بين بالترجع أن:  $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n \geq 1$ .

0.75 2. بين أن  $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_{n+1} = f(v_n) + v_n$  ثم أدرس رتبة المتتالية  $(v_n)$ .

0.75 3. استنتج أن المتتالية  $(v_n)$  متقاربة ثم حدد نهايتها.

**IV**

لنكن الدالة العددية  $\varphi$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بمايلي:  $\varphi(x) = xe^{-\frac{x}{2}} - e^x + 1$

0.50 أ. بين أن:  $\forall x \in \mathbb{R} : \varphi(x) = f(e^x)$

ان ب. استنتج رتبة الدالة على  $\mathbb{R}$ .