نيابة: كلميم	إمتحان تجريبي	المستوى: الثانية باك ع. ت.
الثانوية التأهيلية الحسن الثاني	مادة: الرياضيات	مدة الإنجاز:
	السنة الدراسية: 2007-2008	

الموضوع	سلم التنقيط
التمرين الأول:	
I. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بما يلي: $f(x) = 3 - \frac{9}{4x}$	
1. ضع جدول تغيرات الدالة f.	0,5 ن
2. نضع $I = \left]\frac{3}{2}; 3\right]$	
أ. بين أن: $f(I) \subset I$	0,25 ن
ب. بين أن: $(\forall x \in I): f(x) < x$	0,25 ن
II. لتكن (u_n) المتتالية المعرفة بما يلي: $\begin{cases} u_0 = 3 \\ (\forall n \in \mathbb{N}): u_{n+1} = 3 - \frac{9}{4u_n} \end{cases}$	
1. بين بالترجع أن: $(\forall n \in \mathbb{N}): \frac{3}{2} < u_n \leq 3$	0,5 ن
2. بين أن المتتالية (u_n) تناقصية. استنتج أنها متقاربة و حدد نهايتها.	0,5 ن
3. نضع $v_n = \frac{2}{2u_n - 3}$ لكل n من $\mathbb{N}$.	
أ. بين أن المتتالية (v_n) حسابية محددا أساسها و حدها الأول.	0,5 ن
ب. أحسب v_n ثم u_n بدلالة n.	0,5 ن
ج. أحسب من جديد $\lim_{n \to +\infty} u_n$	0,5 ن
التمرين الثاني:	
المستوى العقدي (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{u}; \vec{v})$.	
نعتبر النقط I و A و B التي ألحاقها على التوالي هي 1 و $1 - 2i$ و $-2 + 2i$. لتكن (C) الدائرة التي أحد أقطارها هو $[AB]$.	
1. أنشئ النقط I و A و B.	0,5 ن
2. حدد z_Ω لحق النقطة Ω مركز الدائرة (C). أحسب شعاع الدائرة (C).	0,5 ن
3. لتكن D النقطة ذات اللحق $z_D = \frac{3+9i}{4+2i}$ حدد الشكل الجبري للعدد z_D ثم بين ان النقطة D تنتمي إلى الدائرة (C).	0,5 ن
4. لتكن E النقطة ذات اللحق z_E التي تنتمي إلى الدائرة (C) و التي تحقق $(\widehat{\overrightarrow{\Omega I}; \overrightarrow{\Omega E}}) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$.	
أ. حدد معيار و عمدة العدد $z_E + \frac{1}{2}$.	1 ن
ب. استنتج أن $z_E = \frac{5\sqrt{2}-2}{4} + \frac{5\sqrt{2}}{4} i$	0,5 ن
التمرين الثالث:	
I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}_+^*$ بما يلي: $g(x) = 2x\sqrt{x} - 2 + \ln x$	
1. أحسب $g'(x)$ ثم استنتج أن الدالة g تزايدية على $\mathbb{R}_+^*$.	0,75 ن
2. استنتج أن: $(\forall x \in \mathbb{R}_+^*): x \geq 1 \Longrightarrow g(x) \geq 0$	0,5 ن
II. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بما يلي: $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}} + 1 - x$	
ليكن (C) التمثيل المبياني للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$	
1. بين أن $\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} = 0$ (يمكن وضع $t = \sqrt{t}$)	0,5 ن

2. أحسب $\lim_{x\to 0} f(x)$ و $\lim_{x\to +\infty} f(x)$	1 ن
3. ليكن (Δ) المستقيم الذي معادلته $y = -x + 1$.	
أ. بين أن المستقيم (Δ) مقارب مائل لـ (C) بجوار $+\infty$.	0,5 ن
ب. أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C) و (Δ).	0,5 ن
4. بين أن: $(\forall x \in \mathbb{R}_+^*): f'(x) = -\frac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$	1 ن
5. ضع جدول تغيرات الدالة f.	0,5 ن
6. أنشئ المنحنى (C).	1 ن
7. أ. باستعمال المكاملة بالأجزاء بين أن: $\int_{e^{-2}}^{1} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx = -4$	0,5 ن
ب. أحسب مساحة الحيز المحصور بين المنحنى (C) المستقيم (Δ) و المستقيمان $x = e^{-2}$ و $x = 1$.	0,25 ن
III. نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي: $\begin{cases} u_0 = \frac{3}{2} \\ u_{n+1} = \frac{\ln u_n}{\sqrt{u_n}} + 1 \end{cases}$	
1. بين بالترجع أن: $(\forall n \in \mathbb{N}): u_n \geq 1$	1 ن
2. بين أن: $(\forall n \in \mathbb{N}): u_{n+1} = f(u_n) + u_n$ ثم حدد رتابة المتتالية (u_n).	1 ن
3. استنتج أن المتتالية (u_n).	0,5 ن
IV. لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $h(x) = xe^{-\frac{x}{2}} - e^x + 1$	
1. بين أن: $(\forall x \in \mathbb{R}): h(x) = f(e^x)$	0,5
2. استنتج جدول تغيرات الدالة h.	0,5
التمرين الرابع:	
لتكن F الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $F(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$	
1. أحسب $F'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ و استنتج حساب: $K = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}$	1 ن
2. نضع: $I = \int_0^1 \sqrt{x^2+1}\, dx$ و $J = \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}} dx$	
أ. تحقق أن: $I - J = K$	0,5 ن
ب. بين باستعمال المكاملة بالأجزاء أن: $I = \sqrt{2} - J$	1 ن
ج. استنتج قيمة كل من I و J.	0,5 ن