

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة

مسألة

الجزء الأول

نعتبر الدالة  $g$  المعرفة بما يلي :

$$\forall x \in \mathbb{R}, g(x) = e^x + x + 1$$

1) أ- أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

0.5

ب- أحسب  $g'(x)$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  و اعط جدول تغيرات  $g$ .

0.5

ج- بين أن المعادلة:  $g(x) = 0$  تقبل حل حقيقي  $\alpha$  بحيث  $-2 < \alpha < -1$

01

$$\forall x \in ]-\infty, \alpha]; g(x) \leq 0$$

$$\forall x \in [\alpha, +\infty[; g(x) \geq 0$$

2) استنتج أن

0.5

الجزء الثاني

$$f(x) = \frac{xe^x}{e^x + 1}$$

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :

وليكن  $(C)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم.  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  حيث  $\|\vec{i}\| = 2cm$

0.5

1) أحسب النهايتين  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

0.5

2) أ- بين أن المستقيم ذو المعادلة  $(\Delta): (y = x)$  مقارب مائل ل  $(C)$  بجوار  $+\infty$

0.25

ب- أدرس الوضع النسبي ل  $(C)$  و  $(\Delta): (y = x)$

0.25

ت - حدد الفرع اللانهائي ل  $(C)$  بجوار  $-\infty$

0.5

3) أ- بين أن  $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(e^x + 1)^2}$

0.5

ب- استنتج تغيرات  $f$  و اعط جدول تغيراتها (دون حساب  $f(\alpha)$ )

0.5

4) أ- حدد معادلة المماس  $(T)$  ل  $(C)$  في النقطة ذات الإحداثيات  $x_0 = 0$

0.25

ب - بين أن  $f(\alpha) = \alpha + 1$

0.25

ت - أنشئ  $(C)$  (نقبل أن  $\alpha \approx -1.3$  و  $f(\alpha) \approx -0.3$ )

01

5) لتكن  $h$  قصور الدالة  $f$  على المجال  $[0, +\infty[$

0.5

أ - بين أن  $h$  تقبل دالة عكسية  $h^{-1}$  معرفة على مجال  $J$  يجب تحديده

0.5

ب - أحسب  $(h^{-1})'(0)$

6) لتكن  $(u_n)$  المتتالية المعرفة بما يلي  $\begin{cases} u_0 = 1 \\ (\forall n \in \mathbb{N}; u_{n+1} = f(u_n)) \end{cases}$

0.75

أ - بين أن  $(\forall n \in \mathbb{N}; 0 < u_n \leq 1)$

0.75

ب - بين أن  $(u_n)$  تناقصية (يمكن استعمال السؤال 2-ب)

0.5

ج - استنتج أن  $(u_n)$  متقاربة وحدد نهايتها

01

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة

**تمرين 1**

(1) تحقق أن لكل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  ؛  $\frac{1}{x(x^2+1)} = \frac{1}{x} - \frac{x}{x^2+1}$  0.5

(2) أحسب التكامل التالي  $I = \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{dx}{x(x^2+1)}$  01

(3) باستعمال مكاملة بالأجزاء أحسب التكامل التالي  $J = \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{x \ln x}{(x^2+1)^2} dx$  01

**تمرين 2**

نعتبر الحدودية :  $z \in \mathbb{C} ; P(z) = z^3 + 2z^2 - 16$  0.25

(1) أ - أحسب  $P(2)$  0.5

ب - حدد العددان الحقيقيان  $a$  و  $b$  بحيث  $P(z) = (z-2)(z^2 + az + b) \forall z \in \mathbb{C}$  0.75

(2) أ - حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة :  $P(z) = 0$  (E) 1.5

ب - أكتب حلول المعادلة (E) علي الشكل الجبري ثم علي الشكل الأسّي

(3) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  ، نعتبر النقط  $A$  و  $B$  و  $D$  0.5

التي ألقاها علي التوالي. هي  $z_A = -2 - 2i$  و  $z_B = 2$  و  $z_D = -2 + 2i$

أ - حدد  $z_C$  لحق النقطة  $C$  بحيث يكون الرباعي  $ABCD$  متوازي أضلاع

ب - بين أن  $z_E = 6$  لحق النقطة  $E$  صورة النقطة  $C$  بالدوران الذي مركزه  $B$  وزاويته  $\frac{-\pi}{2}$  0.25

وبين أن  $z_F = -4 + 6i$  لحق النقطة  $F$  صورة النقطة  $C$  بالدوران الذي مركزه  $D$  وزاويته  $\frac{\pi}{2}$  0.25

(4) تحقق من أن  $\frac{z_F - z_A}{z_E - z_A} = i$  ثم استنتج طبيعة المثلث  $AEF$  01

**تمرين 3**

في الفضاء  $\mathcal{E}$  المنسوب الي معلم متعامد و ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ، نعتبر النقط  $A(1,1,0)$  و  $B(0,2,0)$  و  $C(1,1,3)$  و المتجهة  $\vec{n}(1,1,0)$  0.5

(1) أحسب الجداء السلمي  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  واستنتج طبيعة المثلث  $ABC$  0.5

(2) أ - بين أن المتجهة  $\vec{n}$  عمودية علي المتجهتين  $\overrightarrow{AB}$  و  $\overrightarrow{AC}$  0.5

ب- استنتج ان  $(x + y - 2 = 0)$  هي معادلة ديكارتية للمستوي  $(ABC)$  . 0.5

(3) أ - بين أن مسافة  $O$  عن المستوي  $(ABC)$  هي  $\sqrt{2}$  0.5

ب- استنتج حجم الرباعي الأوجه  $OABC$